

## 小畢的故事

一、你覺得畢氏定理發源於哪裡？

1. 古希臘？
2. 美索不達米亞？
3. 中國？
4. 埃及？
5. 印度？
6. 台灣？

答案是：\_\_\_\_\_

二、「小畢的故事」——畢達哥拉斯傳奇的一生。

1. 在老師介紹完「小畢的故事」之後，能否用簡短的六十字描述你對這位希臘數學家與哲學家傳奇的一生的想法。以及此定理的貢獻與最大成就。

2. 在老師介紹完這個定理的發展之後，你覺得這個定理最恰當的名字是什麼？為什麼？

我覺得最恰當的名字是：

因為：

三、如果你就是畢達哥拉斯，你也確實發現了這偉大的定理，請問：你想得到什麼樣的報酬？而你最想將它運用在什麼地方？

四、請寫出課本中畢氏定理的完整公式（包含中文敘述及英文字母說明）。

五、在老師所介紹的畢氏定理方法中，你最喜歡哪一種證明法？為什麼？

我最喜歡 \_\_\_\_\_ 證明法

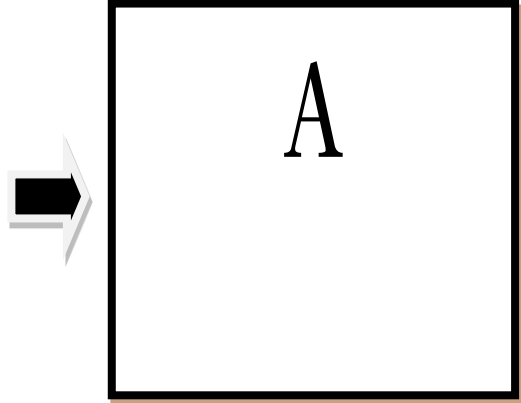
因為：

## 畢氏定理初探

### 【錦囊 A 計劃】

將錦囊 A 中教師所設計的色紙大小，運用劉徽的『出入相補』概念，拼出如下圖 A 的圖形並貼於圖 A 中，以證明畢氏定理的正確性，同時使用教師所發予的特定直尺回答下列問題；

1. 錦囊 A 中的小正方形邊長為\_\_\_\_\_公分
2. 錦囊 A 中的大正方形邊長為\_\_\_\_\_公分
3. 右邊所拼出的正方形邊長為\_\_\_\_\_公分
4. 請用數學式子表達這三個面積關係  
(正方形圖 A 的邊長以測量出的數字來表示)  
三者面積的關係式為：\_\_\_\_\_



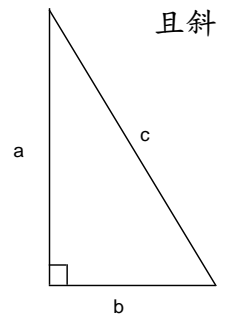
等號的左式與右式有相等嗎？\_\_\_\_\_

5. 利用你所學的畢氏定理回答：若直角三角形中，短股長為  $a$ ，長股長為  $b$ ，

邊長為  $c$ ，則：

直角三角形三邊長的關係又可以如何表示？\_\_\_\_\_

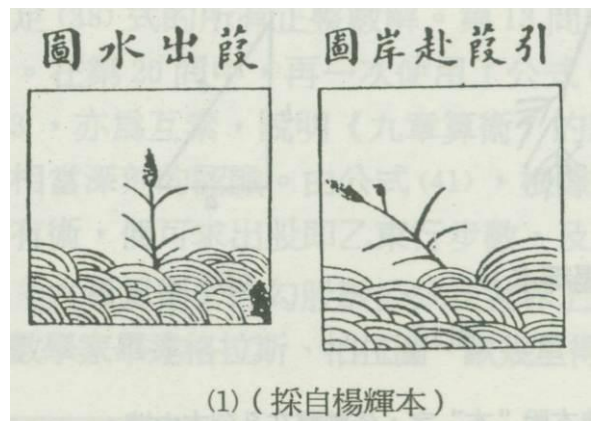
6. 承上題 5 的表示法，若二股長分別為 6、8 (如右圖)，請問：斜邊長為\_
7. 參考右圖，請再次利用圖上的英文代號寫出完整的畢氏定理公式



8. 畢氏定理的古文觀止

今有池方一丈，葭生其中央，出水一尺，引葭赴岸，適與岸齊。問水深、葭長各幾何？

源自《九章算經》



9. 畢氏三元數--請在空格中填入適當的數

( 6、 8、 \_\_\_\_\_ )

( 9、 \_\_\_\_\_、 15 )

( 12、 16、 \_\_\_\_\_ )

( \_\_\_\_\_、 \_\_\_\_\_ )

20、 25 )

( 5、 12、 \_\_\_\_\_ )

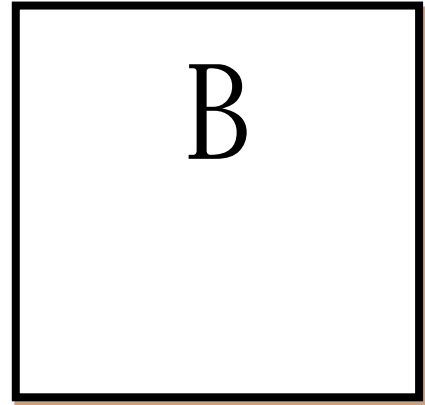
( 10、 \_\_\_\_\_、 26 )

## 平方根意義的探索

### 【錦囊 B 計劃】

運用劉徽的『出入相補』概念，將錦囊 B 中的色紙拼出如下圖 B 的正方形，並貼於下圖 B 中，同時使用教師所發予的直尺回答下列問題；

1. 小張正方形邊長為\_\_\_\_\_公分
2. 大張正方形邊長為\_\_\_\_\_公分
3. 右邊所拼出的正方形邊長大約為\_\_\_\_\_公分  
(取至小數點後第 1 位)
4. 請用數學式子表達這三個面積關係  
(正方形圖 B 的邊長以測量出的數字來表示)



三者面積的關係式為：\_\_\_\_\_

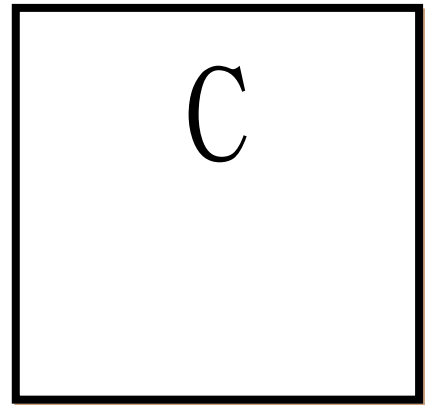
你覺得大小二正方形的面積和應該要等於上圖正方形 B 的面積嗎？請說明你的理由？

---

### 【錦囊 C 計劃】

運用劉徽的『出入相補』概念，將錦囊 B 中的色紙拼出如下圖 C 的正方形中，並貼於下圖 C 中，同時使用教師所發予的直尺回答下列問題；

1. 小張正方形邊長為\_\_\_\_\_公分
2. 大張正方形邊長為\_\_\_\_\_公分
3. 右邊所拼出的正方形邊長大約為\_\_\_\_\_公分  
(取至小數點後第 1 位)
4. 請用數學式子表達這三個面積關係  
(正方形圖 C 的邊長以測量出的數字來表示)



三者面積的關係式為：\_\_\_\_\_

你覺得大小二正方形的面積和應該要等於上圖正方形 C 的面積嗎？請說明你的理由？

---

請回答下列問題

1. 透過錦囊 B 與錦囊 C 計劃的操作，你覺得任何一個正方形都找得到此正方形邊長的精確值或

邊長的近似值嗎？

若找不到，請說明為什麼？

---

若找得到，請任意舉二個例子。例如：

(1) 當面積為\_\_\_\_\_平方公分時，邊長為**精確值**\_\_\_\_\_公分。

(2) 當面積為\_\_\_\_\_平方公分時，邊長為**近似值**\_\_\_\_\_公分。

(3) 題目同(2)，

你覺得在數線上必存在此正方形的邊長值嗎？\_\_\_\_\_

而此正方形的邊長值你可以完全將它表示出來嗎？\_\_\_\_\_

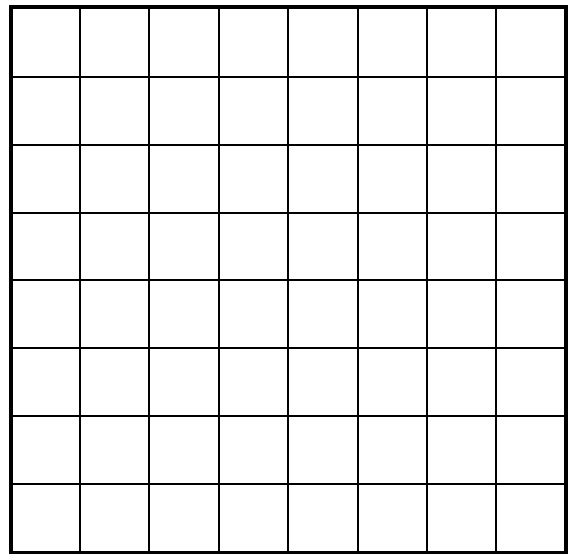
為什麼 \_\_\_\_\_

2. 根據右圖邊長為 8 的正方形，回答下列問題：

(1) 請在圖中畫出一個面積為 4 的正方形，則它的邊長大約\_\_\_\_\_公分

(2) 請在右圖中畫出**你認為**面積為 6 的正方形，並寫出此邊長大約\_\_\_\_\_公分。你是如何確定？\_\_\_\_\_而此邊長介於哪二個整數之間？\_\_\_\_\_

(3) 如果面積為 120 的正方形，能在右圖中，找到此正方形的邊長嗎？\_\_\_\_\_那麼你知道此正方形邊長應介於哪二個整數之間嗎？\_\_\_\_\_



3. 以『 $\sqrt{\quad}$ 』符號表示『平方根』

由以上 1、2 二點探索可發現，有時正方形的邊長正好是一個整數，有時只能以某一近似值表示，所以為便於表示這樣的近似值（例如：面積為 2 的正方形，其邊長大約為 1.414...），在

數學上我們給予一個新符號  $\sqrt{\quad}$  來表示，舉例如下：

(1) 面積為 4 平方公分的正方形，邊長為  $\sqrt{4}$  公分（即 2 公分）

(2) 面積為 9 平方公分的正方形，邊長為  $\sqrt{9}$  公分（即 3 公分）

(3) 面積為 2 平方公分的正方形，邊長為  $\sqrt{2}$  公分（大約 1.414 公分）

## 平方根符號的歷史與演進

1. 根據老師的簡介，請簡述平方根符號演進的主要四個時期並說明符號的意義
2. 數學史上的的根號發展中，可見到西方數學的蓬勃發展，為何獨缺中國數學史上的對根號的創設？你有何看法？
3. 在老師介紹完平方根符號的發展之後，你覺得如果你可以決定平方根的符號？那麼你會如何設計？並說明你設計的理由。
4. 以下為生活情境中所發生的現象，而正好可充份使用到平方根的概念與計算，請解出該題答案，並在下列空格中找出你周遭的生活情境中或自創一題與平方根應用有關的情境題。
  - (1) 有一種蕈類生長在美國密西根州北方的森林裡，它會不斷地向四周逐漸蔓延，如果科學家從空中拍攝照片，知道其蔓延的面積是 154000 平方呎的正方形，那麼這種蕈類蔓延的土地邊長是多少呎？（四捨五入取近似值到整數位）
  - (2) 情境題：
5. 請寫出平方根的**完整定義**（包含中文敘述及英文字母說明）

## 平方根的定義

### 【平方根的定義】

我們由前面的探究過程中，知道 $(\sqrt{2})^2=2$ ， $(\sqrt{9})^2=9$ 。同樣的， $(\sqrt{3})^2=3$ ， $(\sqrt{5})^2=5$ .....等等，這時候，我們就說 $\sqrt{2}$ 是2的平方根， $\sqrt{200}$ 是200的平方根， $\sqrt{3}$ 是3的平方根，2是4的平方根， $\sqrt{5}$ 是5的平方根.....等等。因此，在數學上，對平方根就有了如下的定義：

若 $b^2=a$ ，則 $a$ 是 $b$ 的平方， $b$ 是 $a$ 的平方根

例如： $(-3)^2=9$ 且 $3^2=9$ ，所以，由上面的定義可知：

- (1)  $b$  可以是 \_\_\_\_\_ 或 \_\_\_\_\_。
- (2)  $a$  必大於或等於 \_\_\_\_\_，因為： $a=b^2$ ， $b^2$  必為正。
- (3) 若  $a$  為負數，則  $a$  沒有平方根，因為：\_\_\_\_\_



觀念澄清：請判斷下列題目的正確性，正確請畫圈，錯誤請訂正。

\_\_\_\_\_ (1) 4 是 16 的平方根。

\_\_\_\_\_ (2)  $\frac{2}{5}$  和  $-\frac{2}{5}$  都是  $\frac{4}{25}$  的平方根。

\_\_\_\_\_ (3) 0.2 是 0.4 的平方根。

\_\_\_\_\_ (4) -2 是 4 的平方根。

訂正於此



$(\sqrt{4})^2 = \sqrt{4^2}$  嗎？

$(\sqrt{4})^2 = \sqrt{4} \times \sqrt{4}$ ，代表正方形面積為 4 的邊長相乘，所以 $(\sqrt{4})^2 =$  \_\_\_\_\_

$\sqrt{4^2} = \sqrt{16}$ ，代表正方形面積為 16 的邊長，所以 $\sqrt{4^2} =$  \_\_\_\_\_

由此可知， $(\sqrt{4})^2$  \_\_\_\_\_  $(\sqrt{4^2})$  (請填入 = 或 ≠)

現在，你能否為本單元做一個小小的總結？

1. 正方形面積為  $a$  時，其邊長可用 \_\_\_\_\_ 表示。
2. 每一個正數  $a$  都有兩個平方根，這兩個平方根可表示為 \_\_\_\_\_
3. 若  $m^2=a$ ，則  $m=$  \_\_\_\_\_。
4. 負數 \_\_\_\_\_ 平方根 (填有或沒有)
5. 0 的平方根為 \_\_\_\_\_
6. 若  $a \geq 0$ ，則  $(\sqrt{a})^2 = \sqrt{a^2} = a$